

## **Die „kurze“ Zylinderschale**

Dipl.-Ing. Gerhard Schaller

Für „kurze“ Zylinderschalen wird die Berechnung der Randverformungen sowie die Ermittlung des Schnittgrößenverlaufs anhand von tabellierten Vorwerten aufgezeigt.

**The short cylindrical shell.** For „short“ cylindrical shells the calculation of the deformations of border as well as the determination of the respective static forces distribution are specified as preliminary values listed in tables.

**La coque cylindrique courte.** Pour des coques cylindriques „courtes“, la détermination des déformations au bord et l'évolution des contraintes se fait à partir des valeurs consignées dans des tableaux.

## 1 Einleitung

Auch oder gerade bei der Möglichkeit, Schalenträgerwerke nach dem FE-Verfahren zu berechnen, ist zur Beurteilung der Ergebnisse ein manuell anwendbarer Lösungsgang erforderlich. Dieser ist ohne besonderen Aufwand für „lange“ Zylinderschalen mit z.B. [1 bis 3] gegeben. In [4] zeigt Wittneben [4] ein Nährungsverfahren, dessen Genauigkeit jedoch bei kürzer werdender Schale stark abnimmt. Bei den „kurzen“ Schalen führt der klassische Berechnungsweg zu erheblichem Arbeitsaufwand. Es ist vielfach unklar, wie die Schale einzustufen ist. In der einschlägigen Literatur wird die Grenze unterschiedlich gesetzt. Einziges Kriterium für eine Einstufung als „lange“ Schale kann aber nur die Größe des hierbei gemachten Fehlers sein. Dieser muß jedoch bekannt sein. Im folgenden wird auf der Basis der klassischen Berechnung (Integration der Differentialgleichung) ein Lösungsweg aufgezeigt, der die Abschätzung der Fehlergrößenordnung ermöglicht bzw. eine Behandlung als „kurze“ Zylinderschale bei vergleichsweise geringem Mehraufwand gestattet. Die für die Berechnung notwendigen Verformungen aus den Einheitsbelastungen wurden mit unserem Programm „KUSCHA“ ermittelt und sind parameterabhängig tabelliert.

## 2 Erläuterung zum Rechengang

Nach Ermittlung der Randstörgrößen ( $Q_u, M_u$ ) kann der Verlauf der Schnittgrößen unter Benutzung der Koeffizienten  $X_{ij}$  ( $j$  = Tabellennummer) aus den Tabellen mit den nachstehenden Formeln verfolgt werden. Bezeichnungen siehe Bild 1.

$$y = k s/r \quad z = k (l - s)/r$$

$$w(s) = M_u [e^{(-y)} (X_{1,2} \cos y + X_{2,2} \sin y) + e^{(-z)} (X_{3,2} \cos z + X_{4,2} \sin z)] + Q_u [e^{(-y)} (X_{1,3} \cos y + X_{2,3} \sin y) + e^{(-z)} (X_{3,3} \cos z + X_{4,3} \sin z)]$$

$$\alpha(s) = M_u k/r [e^{(-y)} ((X_{1,2} + X_{2,2}) \sin y + (X_{1,2} - X_{2,2}) \cos y) - e^{(-z)} ((X_{3,2} + X_{4,2}) \sin z + (X_{3,2} - X_{4,2}) \cos z)] + Q_u k/r [e^{(-y)} ((X_{1,3} + X_{2,3}) \sin y + (X_{1,3} - X_{2,3}) \cos y) - e^{(-z)} ((X_{3,3} + X_{4,3}) \sin z + (X_{3,3} - X_{4,3}) \cos z)]$$

$$u'(s) = -\mu w(s)/r \quad (\text{Zunahme der Längenänderung})$$

$$M_s(s) = -2 M_u B k^2/r^2 [e^{(-y)} (X_{2,2} \cos y - X_{1,2} \sin y) + e^{(-z)} (X_{4,2} \cos z - X_{3,2} \sin z)] - 2 Q_u B k^2/r^2 [e^{(-y)} (X_{2,3} \cos y - X_{1,3} \sin y) + e^{(-z)} (X_{4,3} \cos z - X_{3,3} \sin z)]$$

$$M_\alpha(s) = -\mu M_s(s)$$

$$Q_s(s) = 2 M_u B k^3/r^3 [e^{(-y)} (X_{1,2} (\cos y - \sin y) + X_{2,2} (\cos y + \sin y)) - e^{(-z)} (X_{3,2} (\cos z - \sin z) + X_{4,2} (\cos z + \sin z))] + 2 Q_u B k^3/r^3 [e^{(-y)} (X_{1,3} (\cos y - \sin y) + X_{2,3} (\cos y + \sin y)) - e^{(-z)} (X_{3,3} (\cos z - \sin z) + X_{4,3} (\cos z + \sin z))]$$

$$N_a(s) = w(s) E t/r$$

$$N_s(s) = 0$$

Bei Anwendung der Tabelle 1 (Berechnung mit statisch unbestimmtem Grundsystem) entfällt in vorstehenden Formeln der mit  $Q_u$  multiplizierte Anteil; dabei sind im verbleibenden Rest für  $X_{ij}$  die Werte der Tabelle 1 zu entnehmen.

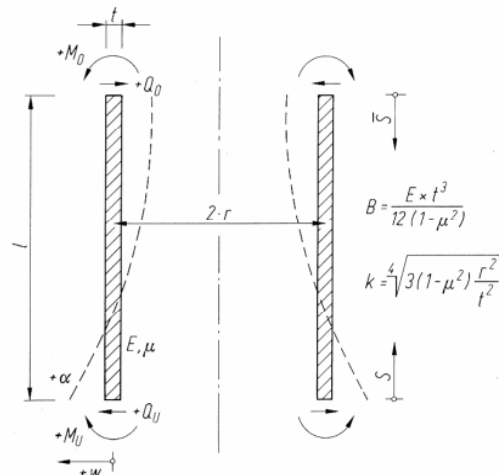


Bild 1. System, Bezeichnungen und Vorzeichen (vgl. auch [3])

Fig. 1. System, characteristic values, signs (see also [3])

Fig. 1. Système, valeurs de référence, signes (voir aussi [3])

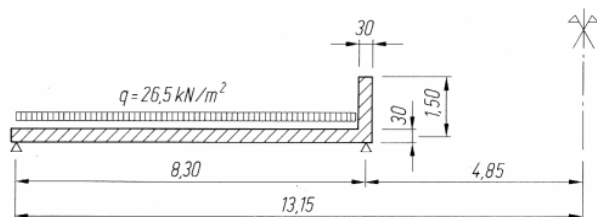


Bild 2. System des Berechnungsbeispiels

Fig. 2. System of the calculated example

Fig. 2. Système de l'exemple de calcul

Dipl.-Ing. Gerhard Schaller, Prüflingenieur für Baustatik, Partner der Ingenieursozietät Schaller, Best und Uhl, Dürerstraße 33, 66424 Homburg/Saar.

**Tabelle 1.** Randbedingungen:  $M_u = 1, w_u = 0, M_o = 0, Q_o = 0$

**Table 1.** Limiting conditions:  $M_u = 1, w_u = 0, M_o = 0, Q_o = 0$

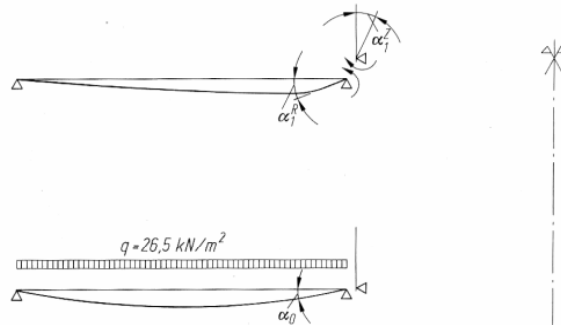
**Tableau 1.** Conditions de rive:  $M_u = 1, w_u = 0, M_o = 0, Q_o = 0$

$k l/r$	$\alpha_u$	$\alpha_o$	$w_u$	$w_o$	$X_{1,1}$	$X_{2,1}$	$X_{3,1}$	$X_{4,1}$
	$2 B k/r$		$2 B k^2/r^2$					
0,3750	28,6212	28,3400	-0,0000	-10,6556	6,1548	-8,6558	-12,4128	7,0850
0,4000	23,6260	23,3261	0,0000	-9,3624	4,9684	-7,3446	-10,5128	5,8315
0,4250	19,7403	19,4217	-0,0000	-8,2903	4,0520	-6,3182	-9,0006	4,8554
0,4500	16,6730	16,3357	-0,0000	-7,3915	3,3340	-5,5024	-7,7797	4,0839
0,4750	14,2200	13,8640	0,0000	-6,6305	2,7645	-4,8455	-6,7813	3,4660
0,5000	12,2356	11,8609	0,0000	-5,9804	2,3077	-4,3101	-5,9554	2,9652
0,5250	10,6134	10,2200	0,0000	-5,4206	1,9377	-3,8690	-5,2653	2,5550
0,5500	9,2748	8,8629	-0,0000	-4,9350	1,6353	-3,5021	-4,6832	2,2157
0,5750	8,1610	7,7304	-0,0000	-4,5109	1,3863	-3,1942	-4,1881	1,9326
0,6000	7,2270	6,7778	-0,0000	-4,1385	1,1797	-2,9338	-3,7637	1,6944
0,6250	6,4382	5,9704	0,0000	-3,8094	1,0072	-2,7119	-3,3973	1,4926
0,6500	5,7679	5,2816	0,0000	-3,5172	0,8625	-2,5215	-3,0790	1,3204
0,6750	5,1949	4,6901	0,0000	-3,2565	0,7403	-2,3572	-2,8008	1,1725
0,7000	4,7025	4,1792	-0,0000	-3,0229	0,6366	-2,2146	-2,5562	1,0448
0,7250	4,2771	3,7354	0,0000	-2,8127	0,5484	-2,0901	-2,3402	0,9339
0,7500	3,9081	3,3480	-0,0000	-2,6227	0,4730	-1,9810	-2,1484	0,8370
0,7750	3,5866	3,0082	-0,0000	-2,4505	0,4084	-1,8849	-1,9773	0,7520
0,8000	3,3054	2,7087	-0,0000	-2,2939	0,3528	-1,8000	-1,8241	0,6772
0,8500	2,8413	2,2083	0,0000	-2,0199	0,2634	-1,6573	-1,5620	0,5521
0,9000	2,4794	1,8103	-0,0000	-1,7890	0,1963	-1,5434	-1,3471	0,4526
0,9500	2,1941	1,4893	-0,0000	-1,5922	0,1457	-1,4513	-1,1685	0,3723
1,0000	1,9672	1,2272	0,0000	-1,4229	0,1074	-1,3762	-1,0182	0,3068
1,1000	1,6388	0,8297	0,0000	-1,1472	0,0564	-1,2630	-0,7810	0,2074
1,2000	1,4235	0,5478	-0,0000	-0,9329	0,0274	-1,1843	-0,6034	0,1370
1,3000	1,2804	0,3413	-0,0000	-0,7617	0,0116	-1,1286	-0,4662	0,0853
1,4000	1,1850	0,1861	-0,0000	-0,6219	0,0037	-1,0888	-0,3575	0,0465
1,5000	1,1216	0,0674	0,0000	-0,5057	0,0005	-1,0603	-0,2697	0,0168
1,6000	1,0800	-0,0245	-0,0000	-0,4075	0,0001	-1,0399	-0,1976	-0,0061
1,7000	1,0533	-0,0958	-0,0000	-0,3237	0,0011	-1,0256	-0,1379	-0,0239
1,8000	1,0367	-0,1508	0,0000	-0,2518	0,0028	-1,0156	-0,0882	-0,0377
1,9000	1,0270	-0,1926	-0,0000	-0,1898	0,0046	-1,0089	-0,0467	-0,0481
2,0000	1,0217	-0,2233	-0,0000	-0,1363	0,0062	-1,0047	-0,0123	-0,0558
2,2000	1,0181	-0,2580	-0,0000	-0,0514	0,0083	-1,0007	0,0388	-0,0645
2,4000	1,0178	-0,2654	-0,0000	0,0090	0,0088	-1,0001	0,0709	-0,0664
2,6000	1,0174	-0,2535	-0,0000	0,0491	0,0080	-1,0007	0,0879	-0,0634
2,8000	1,0158	-0,2290	0,0000	0,0729	0,0065	-1,0014	0,0937	-0,0572
3,0000	1,0133	-0,1974	0,0000	0,0841	0,0049	-1,0018	0,0914	-0,0493
3,5000	1,0062	-0,1134	0,0000	0,0778	0,0016	-1,0015	0,0672	-0,0283
4,0000	1,0019	-0,0479	0,0000	0,0517	0,0003	-1,0007	0,0378	-0,0120
4,5000	1,0004	-0,0094	-0,0000	0,0264	0,0000	-1,0002	0,0155	-0,0023
5,0000	1,0001	0,0076	-0,0000	0,0091	0,0000	-1,0000	0,0026	0,0019
5,5000	1,0000	0,0116	-0,0000	-0,0000	0,0000	-1,0000	-0,0029	0,0029
6,0000	1,0000	0,0095	0,0000	-0,0034	0,0000	-1,0000	-0,0041	0,0024
6,5000	1,0000	0,0059	0,0000	-0,0036	0,0000	-1,0000	-0,0033	0,0015
7,0000	1,0000	0,0027	0,0000	-0,0026	0,0000	-1,0000	-0,0020	0,0007
7,5000	1,0000	0,0008	-0,0000	-0,0014	0,0000	-1,0000	-0,0009	0,0002
8,0000	1,0000	-0,0002	-0,0000	-0,0006	0,0000	-1,0000	-0,0002	-0,0000

Treten am oberen Rand ebenfalls Störgrößen auf, so ist diesen Formeln ein weiterer Teil hinzuzufügen; dabei sind die Variablen  $y$  und  $z$  auszutauschen und die unteren Randwerte durch die oberen zu ersetzen. Die Vorzeichen sind der Definition gemäß einzuführen.

**3 Beispiel**

Im folgenden wird der Berechnungsablauf an dem dargestellten Beispiel (siehe Bild 2) gezeigt. Mit der Annahme einer „unendlichen“ Scheibensteifigkeit der Kreisringplatte ergibt sich für die Zylinderschale an der Verbindungsstelle mit der Platte ein waagrecht unverschiebliches Lager. Dadurch ist die Möglichkeit gegeben, die Tabelle 1 (statisch unbestimmtes Grundsystem) anzuwenden (siehe Bild 3).



**Bild 3.** Auflösung in statisch unbestimmte Grundsysteme  
**Fig. 3.** Expansion to statically indeterminate fundamental systems  
**Fig. 3.** Résolution aux systèmes de base hyperstatiques

**Tabelle 2.** Randbedingungen:  $M_u = 1, Q_u = 0, M_o = 0, Q_o = 0$

**Table 2.** Limiting conditions:  $M_u = 1, Q_u = 0, M_o = 0, Q_o = 0$

**Tableau 2.** Conditions de rive:  $M_u = 1, Q_u = 0, M_o = 0, Q_o = 0$

$k l/r$	$\alpha_u$	$\alpha_o$	$w_u$	$w_o$	$X_{1,2}$	$X_{2,2}$	$X_{3,2}$	$X_{4,2}$
	$2 B k/r$		$2 B k^2/r^2$					
0,3750	114,0563	113,6814	21,3481	-21,3246	39,1881	-29,0141	-39,0827	28,4203
0,4000	94,0471	93,6472	18,7668	-18,7401	32,8952	-24,0118	-32,7818	23,4118
0,4250	78,4757	78,0507	16,6279	-16,5978	27,9329	-20,1189	-27,8116	19,5127
0,4500	66,1779	65,7280	14,8360	-14,8023	23,9625	-17,0445	-23,8331	16,4320
0,4750	56,3376	55,8628	13,3200	-13,2824	20,7444	-14,5844	-20,6069	13,9657
0,5000	48,3713	47,8715	12,0262	-11,9845	18,1059	-12,5928	-17,9601	11,9679
0,5250	41,8541	41,3293	10,9132	-10,8673	15,9201	-10,9635	-15,7660	10,3323
0,5500	36,4715	35,9218	9,9490	-9,8986	14,0924	-9,6179	-13,9298	8,9805
0,5750	31,9877	31,4131	9,1083	-9,0533	12,5511	-8,4969	-12,3799	7,8533
0,6000	28,2233	27,6237	8,3710	-8,3111	11,2413	-7,5558	-11,0615	6,9059
0,6250	25,0400	24,4155	7,7209	-7,6559	10,1204	-6,7600	-9,9318	6,1039
0,6500	22,3305	21,6811	7,1448	-7,0745	9,1550	-6,0826	-8,9575	5,4203
0,6750	20,0102	19,3360	6,6320	-6,5562	8,3186	-5,5026	-8,1121	4,8340
0,7000	18,0122	17,3132	6,1737	-6,0922	7,5899	-5,0031	-7,3744	4,3283
0,7250	16,2828	15,5589	5,7625	-5,6750	6,9519	-4,5707	-6,7272	3,8897
0,7500	14,7787	14,0300	5,3922	-5,2986	6,3907	-4,1947	-6,1568	3,5075
0,7750	13,4647	12,6912	5,0576	-4,9577	5,8950	-3,8662	-5,6517	3,1728
0,8000	12,3121	11,5139	4,7544	-4,6480	5,4552	-3,5780	-5,2025	2,8785
0,8500	10,4001	9,5526	4,2277	-4,1077	4,7139	-3,1000	-4,4420	2,3881
0,9000	8,8973	8,0006	3,7882	-3,6539	4,1184	-2,7243	-3,8271	2,0001
0,9500	7,7016	6,7558	3,4182	-3,2687	3,6345	-2,4254	-3,3233	1,6890
1,0000	6,7400	5,7455	3,1042	-2,9387	3,2371	-2,1850	-2,9057	1,4364
1,1000	5,3204	4,2292	2,6050	-2,4054	2,6326	-1,8301	-2,2600	1,0573
1,2000	4,3565	3,1701	2,2324	-1,9959	2,2053	-1,5891	-1,7905	0,7925
1,3000	3,6861	2,4063	1,9493	-1,6733	1,8962	-1,4215	-1,4382	0,6016
1,4000	3,2113	1,8403	1,7315	-1,4135	1,6686	-1,3028	-1,1668	0,4601
1,5000	2,8707	1,4113	1,5623	-1,2004	1,4988	-1,2177	-0,9530	0,3528
1,6000	2,6243	1,0796	1,4303	-1,0226	1,3712	-1,1561	-0,7812	0,2699
1,7000	2,4451	0,8191	1,3269	-0,8722	1,2747	-1,1113	-0,6409	0,2048
1,8000	2,3149	0,6118	1,2461	-0,7434	1,2018	-1,0787	-0,5247	0,1529
1,9000	2,2204	0,4451	1,1830	-0,6321	1,1466	-1,0551	-0,4273	0,1113
2,0000	2,1524	0,3101	1,1341	-0,5351	1,1052	-1,0381	-0,3451	0,0775
2,2000	2,0699	0,1114	1,0680	-0,3751	1,0515	-1,0175	-0,2154	0,0279
2,4000	2,0309	-0,0188	1,0310	-0,2510	1,0232	-1,0077	-0,1208	-0,0047
2,6000	2,0144	-0,1009	1,0119	-0,1549	1,0096	-1,0036	-0,0522	-0,0252
2,8000	2,0088	-0,1479	1,0033	-0,0819	1,0039	-1,0022	-0,0040	-0,0370
3,0000	2,0076	-0,1694	1,0004	-0,0282	1,0021	-1,0019	0,0283	-0,0423
3,5000	2,0070	-0,1558	1,0009	0,0424	1,0022	-1,0017	0,0602	-0,0389
4,0000	2,0042	-0,1035	1,0015	0,0555	1,0018	-1,0011	0,0536	-0,0259
4,5000	2,0016	-0,0528	1,0009	0,0435	1,0009	-1,0004	0,0349	-0,0132
5,0000	2,0004	-0,0182	1,0003	0,0259	1,0003	-1,0001	0,0175	-0,0046
5,5000	2,0001	0,0001	1,0001	0,0115	1,0000	-1,0000	0,0058	0,0000
6,0000	2,0000	0,0067	1,0000	0,0028	1,0000	-1,0000	-0,0003	0,0017
6,5000	2,0000	0,0072	1,0000	-0,0013	1,0000	-1,0000	-0,0024	0,0018
7,0000	2,0000	0,0051	1,0000	-0,0024	1,0000	-1,0000	-0,0025	0,0013
7,5000	2,0000	0,0028	1,0000	-0,0021	1,0000	-1,0000	-0,0017	0,0007
8,0000	2,0000	0,0011	1,0000	-0,0013	1,0000	-1,0000	0,0009	0,0003

**3.1 Kreisringplatte**

Nach der Vorberechnung (z.B. nach [2]):

$\alpha_0 = 937 \cdot 10^{-5}$  mit  $E = 3 \cdot 10^7 \text{ kN/m}^2, \mu = 0,16$

$\alpha_1^R = 2,882 \cdot 10^{-5}$

**3.3 Ermittlung des Randstörmoments**

$M_u = -\alpha_0 / (\alpha_1^R + \alpha_1^Z)$   
 $= -937 / (2,882 + 0,72) = -260 \text{ kNm/m}$   
 („lange“ Schale  $M_u = -264 \text{ kNm/m}$ )

**3.2 Zylinderschale**

$B = 69\,273 \text{ kNm}^2$  mit  $E = 3 \cdot 10^7 \text{ kN/m}^2, \mu = 0,16$

$k = 5,257$

$k l/r = 1,626 \sim 1,6$

Nach Tabelle 1:  $\alpha_1^Z = 1,080 / 2 / B / k \cdot r = 0,72 \cdot 10^{-5}$

(als „lange“ Schale:  $\alpha_1^Z = 1,000 / 2 / B / k \cdot r = 0,66 \cdot 10^{-5}$ )

**3.4 Verlauf der Schnittgrößen am Beispiel der Ringzugkraft**

$N_\alpha(s) = M_u [e^{(-y)} (X_{1,1} \cos y + X_{2,1} \sin y)$   
 $+ e^{(-z)} (X_{3,1} \cos z + X_{4,1} \sin z)] E t/r$

Hinweis:  $X_{i,j}$  = Tabellenwert/Multiplikator der jeweiligen Kopfzeile

z.B.:  $X_{2,1} = -1,0399 / (2 B k^2/r^2)$

**Tabelle 3.** Randbedingungen:  $M_u = 0, Q_u = 1, M_o = 0, Q_o = 0$

**Table 3.** Limiting conditions:  $M_u = 0, Q_u = 1, M_o = 0, Q_o = 0$

**Tableau 3.** Conditions de rive:  $M_u = 0, Q_u = 1, M_o = 0, Q_o = 0$

$k l/r$	$\alpha_u$	$\alpha_o$	$w_u$	$w_o$	$X_{1,3}$	$X_{2,3}$	$X_{3,3}$	$X_{4,3}$
	$2 B k^2/r^2$		$2 B k^3/r^3$					
0,3750	21,3481	21,3246	5,3343	-2,6659	8,2542	-5,0870	-6,6641	5,3312
0,4000	18,7668	18,7401	5,0012	-2,4991	7,4423	-4,4417	-5,9346	4,6850
0,4250	16,6279	16,5978	4,7073	-2,3518	6,7607	-3,9070	-5,3254	4,1495
0,4500	14,8360	14,8023	4,4462	-2,2209	6,1821	-3,4590	-4,8110	3,7006
0,4750	13,3200	13,2824	4,2126	-2,1037	5,6863	-3,0800	-4,3725	3,3206
0,5000	12,0262	11,9845	4,0024	-1,9982	5,2577	-2,7565	-3,9952	2,9961
0,5250	10,9132	10,8673	3,8123	-1,9027	4,8844	-2,4783	-3,6682	2,7168
0,5500	9,9490	9,8986	3,6395	-1,8158	4,5570	-2,2373	-3,3826	2,4747
0,5750	9,1083	9,0533	3,4819	-1,7364	4,2680	-2,0271	-3,1315	2,2633
0,6000	8,3710	8,3111	3,3374	-1,6636	4,0115	-1,8428	-2,9096	2,0778
0,6250	7,7209	7,6559	3,2046	-1,5965	3,7825	-1,6802	-2,7122	1,9140
0,6500	7,1448	7,0745	3,0821	-1,5345	3,5773	-1,5362	-2,5359	1,7686
0,6750	6,6320	6,5562	2,9688	-1,4771	3,3924	-1,4080	-2,3376	1,6391
0,7000	6,1737	6,0922	2,8637	-1,4237	3,2253	-1,2934	-2,2349	1,5230
0,7250	5,7625	5,6750	2,7659	-1,3739	3,0735	-1,1906	-2,1057	1,4188
0,7500	5,3922	5,2986	2,6747	-1,3273	2,9354	-1,0980	-1,9883	1,3247
0,7750	5,0576	4,9577	2,5895	-1,2837	2,8091	-1,0144	-1,8813	1,2394
0,8000	4,7544	4,6480	2,5097	-1,2427	2,6935	-0,9386	-1,7834	1,1620
0,8500	4,2277	4,1077	2,3646	-1,1677	2,4892	-0,8069	-1,6108	1,0269
0,9000	3,7882	3,6539	2,2360	-1,1008	2,3151	-0,6971	-1,4638	0,9135
0,9500	3,4182	3,2687	2,1215	-1,0405	2,1653	-0,6045	-1,3374	0,8172
1,0000	3,1042	2,9387	2,0189	-0,9858	2,0355	-0,5260	-1,2276	0,7347
1,1000	2,6050	2,4054	1,8433	-0,8903	1,8229	-0,4013	-1,0465	0,6014
1,2000	2,2324	1,9959	1,6991	-0,8091	1,6577	-0,3081	-0,9035	0,4990
1,3000	1,9493	1,6733	1,5795	-0,7386	1,5271	-0,2373	-0,7876	0,4183
1,4000	1,7315	1,4135	1,4795	-0,6764	1,4226	-0,1829	-0,6916	0,3534
1,5000	1,5623	1,2004	1,3955	-0,6205	1,3383	-0,1406	-0,6103	0,3001
1,6000	1,4303	1,0226	1,3247	-0,5697	1,2699	-0,1076	-0,5405	0,2556
1,7000	1,3269	0,8722	1,2650	-0,5229	1,2143	-0,0817	-0,4795	0,2181
1,8000	1,2461	0,7534	1,2148	-0,4793	1,1689	-0,0615	-0,4255	0,1859
1,9000	1,1830	0,6321	1,1727	-0,4385	1,1321	-0,0458	-0,3773	0,1580
2,0000	1,1341	0,5351	1,1376	-0,3999	1,1023	-0,0335	-0,3337	0,1338
2,2000	1,0680	0,3751	1,0845	-0,3288	1,0593	-0,0170	-0,2582	0,0938
2,4000	1,0310	0,2510	1,0493	-0,2646	1,0324	-0,0078	-0,1950	0,0627
2,6000	1,0119	0,1549	1,0270	-0,2071	1,0165	-0,0030	-0,1423	0,0387
2,8000	1,0033	0,0819	1,0138	-0,1565	1,0077	-0,0008	-0,0987	0,0205
3,0000	1,0004	0,0282	1,0066	-0,1130	1,0034	-0,0001	-0,0635	0,0070
3,5000	1,0009	-0,0424	1,0011	-0,0354	1,0008	-0,0002	-0,0071	-0,0106
4,0000	1,0015	-0,0555	1,0008	0,0038	1,0008	-0,0004	0,0158	-0,0139
4,5000	1,0009	-0,0435	1,0006	0,0171	1,0005	-0,0002	0,0194	-0,0109
5,0000	1,0003	-0,0259	1,0003	0,0167	1,0002	-0,0001	0,0148	-0,0065
5,5000	1,0001	-0,0115	1,0001	0,0116	1,0001	-0,0000	0,0087	-0,0029
6,0000	1,0000	-0,0028	1,0000	0,0061	1,0000	-0,0000	0,0038	-0,0007
6,5000	1,0000	0,0013	1,0000	0,0023	1,0000	-0,0000	0,0008	0,0003
7,0000	1,0000	0,0024	1,0000	0,0002	1,0000	-0,0000	-0,0005	0,0006
7,5000	1,0000	0,0021	1,0000	-0,0007	1,0000	-0,0000	-0,0008	0,0005
8,0000	1,0000	0,0013	1,0000	-0,0008	1,0000	-0,0000	-0,0007	0,0003

**Tabelle 4.** Gegenüberstellung des Schnittgrößenverlaufs von „kurzer“ und „langer“ Schale

**Table 4.** Comparison of static forces distribution of “short” and “long” shell

**Tableau 4.** Comparaison de l'évolution des contraintes de la coque “courte” et “longue”

s	$N_\alpha$		$M_s$		$Q_s$		s	$N_\alpha$		$M_s$		$Q_s$		
	Typ	kurz	lang	kurz	lang	kurz		lang	Typ	kurz	lang	kurz	lang	
0,00		0,40	0,00	-260,56	-264,10	302,50	286,29	0,90	1193,79	939,64	-43,36	-55,82	145,74	149,87
0,10		311,87	292,22	-230,42	-235,58	299,17	283,16	1,00	1197,27	899,92	-30,02	-41,79	121,07	130,88
0,20		561,60	521,33	-200,92	-207,65	290,06	274,67	1,10	1192,64	848,97	-19,14	-29,61	96,43	112,84
0,30		757,49	694,78	-172,56	-180,78	276,38	262,04	1,20	1182,84	790,04	-10,73	-19,18	71,93	95,93
0,40		907,11	819,78	-145,76	-155,34	259,15	246,35	1,30	1170,11	725,94	-4,75	-10,38	47,67	80,29
0,50		1017,65	903,12	-120,82	-131,58	239,24	228,52	1,40	1156,05	659,03	-1,18	-3,08	23,69	66,01
0,60		1095,77	951,18	-97,9	-109,68	217,40	209,35	1,50	1141,63	591,26	-0,00	2,87	-0,00	53,12
0,70		1147,60	969,81	-77,39	-89,73	194,24	189,50		0	usw.	0	usw.	0	usw.
0,80		1178,65	964,36	-59,16	-71,78	170,22	169,53							

Diese Formel programmiert, liefert den Verlauf der Ringzugkräfte über die Schalenlänge. Die Ansätze für  $M_s$  und  $Q_s$  werden in gleicher Weise aufbereitet. Zum Vergleich werden die bei Behandlung als „lange“ Schale sich ergebenden Werte mit aufgenommen (siehe Tabelle 4).

#### 4 **Schlußfolgerungen**

Aus dem Vergleich der unter 3.3 errechneten Werte zeigt sich, daß der Steifigkeitsabfall im vorliegenden Beispiel hinsichtlich der Randstörgrößen von untergeordneter Bedeutung ist. Aus der Tabelle 4 ist jedoch zu entnehmen, daß die Behandlung als „kurze“ Schale zu einem in Größe und Verlauf sehr stark abweichenden Ergebnis führt. Aus diesem Grunde bietet die Steifigkeit allein kein ausreichendes Kriterium für eine Behandlung als „lange“ Schale. Eine Möglichkeit der besseren Beurteilung ist durch die  $X_{ij}$ -Werte gegeben. Denn dort wo diese sich schon weitgehend den Endwerten angenähert haben, in dem Beispiel etwa bei

$k l/r = 3$  (Schalenlänge = 3 · elastische Länge) wird der Fehler vernachlässigbar klein, so daß ab diesem Wert eine Berechnung als „lange“ Schale durchgeführt werden kann. Eine allgemeingültige Grenze kann nicht angegeben werden, da verschiedene Einflüsse, z.B.: Moment oder Querkraft in anderer Größenordnung auch am ablicgenden Rand unterschiedliche Auswirkungen haben können. Im Zweifelsfall sollte daher als „kurze“ Schale nach obigen Angaben berechnet werden.

#### Literatur:

- [1] Franz, G.: Konstruktionslehre des Stahlbetonbaues. Berlin: Springer-Verlag.
- [2] Beyer, K.: Statik im Stahlbetonbau. Berlin: Springer-Verlag.
- [3] Pflüger, A.: Elementare Schalenstatik. Berlin: Springer-Verlag.
- [4] Wittleben, H. J.: Ein Beitrag zur Berechnung rotationssymmetrischer Behälter mit beliebiger Meridianform. Die Bautechnik 37 (1960), H. 10, S. 366–379.